UNICAM
Università di Camerino
1336
Università di Camerino

SCUOLA DI SCIENZE E TECNOLOGIE

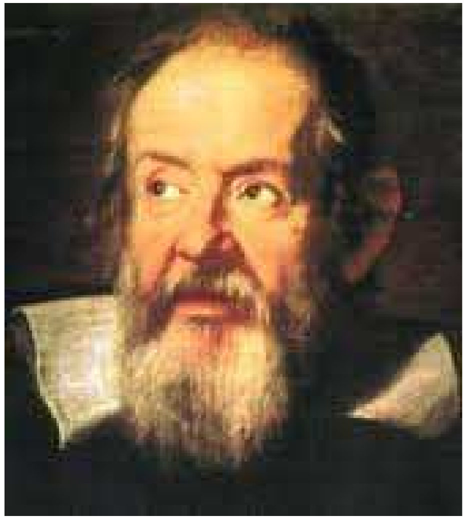
Camerino 2 aprile 2015

Laboratorio di Fisica Atomica e Nucleare

Prof. Angelo Angeletti
Liceo Scientifico "G.Galilei" - Macerata

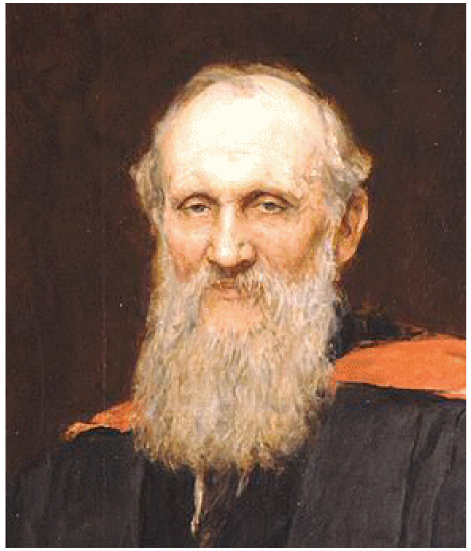
www.angeloangeletti.it - angelo.angeletti@virgilio.it

La natura è scritta in linguaggio matematico



Galileo Galilei

“La nostra conoscenza è soddisfacente soltanto quando è possibile esprimerla numericamente.



William Thomson
(Lord Kelvin)

Per conoscere la natura dobbiamo quindi poterne capire il linguaggio, ossia esprimerla numericamente, quindi MISURARE.

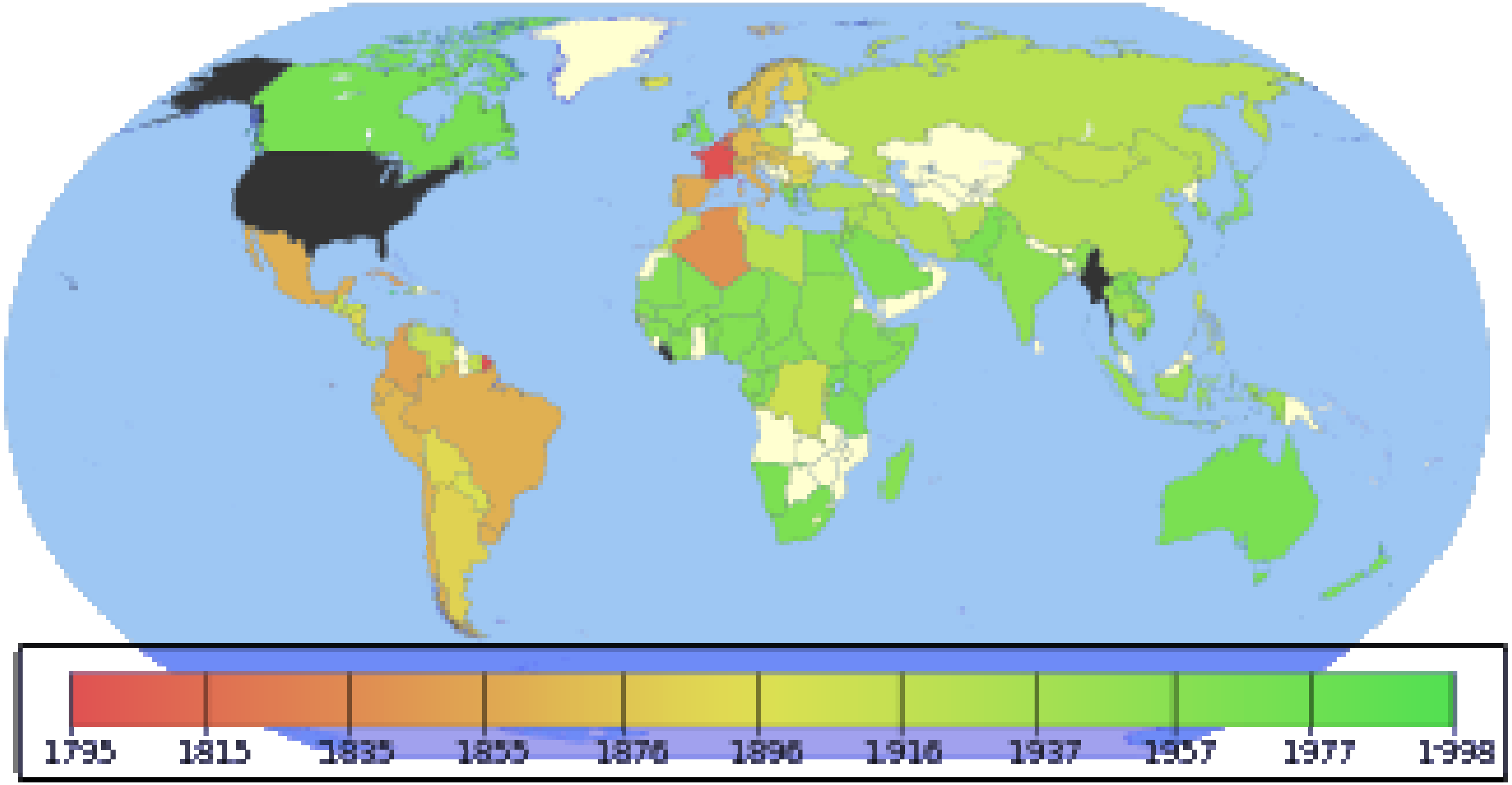
MISURARE = CONFRONTARE

Il Sistema Internazionale

Cenni Storici

- **Sistema metrico francese (1789)**
  - Il 7 aprile 1795 per volere dell'Assemblea Nazionale fu pubblicata la tabella ufficiale del sistema metrico decimale (universalità dell'unità di misura, riproducibilità). Il suo punto di forza è l'introduzione della decimalizzazione dell'unità.
- **Trattato della convenzione metrica (1875)**
  - 17 Nazioni aderiscono alla convenzione del sistema metrico (vengono ufficialmente stabiliti come unità di misura metro e grammo) e istituiscono la CGPM (Conférence Générale des Poids et Mesures = Conferenza Generale dei Pesi e delle Misure, organismo collegato con il Bureau International des Poids et Mesures, BIPM, Ufficio internazionale dei Pesi e delle Misure")
- **Sistema Giorgi (1938)**
  - sistema mks (metro, kilogrammo, secondo)
  - sistema mksA
- **SI (1960)**
  - Il sistema internazionale nasce dall'esigenza di semplificare gli scambi commerciali e le collaborazioni scientifiche.
  - In Italia il SI è stato ufficialmente recepito con il DPR numero 802/1982.

Cenni Storici



In nero gli stati in cui il SI non è adottato come unico o principale sistema di misurazione: gli Stati Uniti d'America, la Liberia e la Birmania.

Sistema internazionale

Sette grandezze fondamentali

GRANDEZZA	DIMENSIONE	UNITA' DI MISURA	SIMBOLO
Lunghezza	[L]	metro	m
Massa	[M]	kilogrammo	kg
Tempo	[T]	secondo	s
Corrente elettrica	[I]	ampere	A
Temperatura termodinamica	[θ]	kelvin	K
Intensità luminosa	[J]	candela	Cd
Quantità di sostanza		mole	mol

GRANDEZZA	DEFINIZIONE	UNITA' DI MISURA	SIMBOLO
Lunghezza	Spazio percorso dalla luce nel vuoto in un tempo di 1/299792458 s	metro	m
Massa	massa del campione platino-iridio, conservato nel Museo Internazionale di Pesi e Misure di Sèvres (Parigi)	kilogrammo	kg
Tempo	durata di 9192631770 periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra i livelli iperfini dello stato fondamentale dell'atomo di cesio-133	secondo	s
Corrente elettrica	quantità di corrente che scorre all'interno di due fili paralleli e rettilinei, di lunghezza infinita e sezione trascurabile, immersi nel vuoto ad una distanza di un metro, induce in loro una forza di attrazione o repulsione di $2 \cdot 10^{-7}$ N per ogni metro di lunghezza	ampere	A
Temperatura termodinamica	valore corrispondente a 1/273.16 della temperatura termodinamica del punto triplo dell'acqua	kelvin	K
Intensità luminosa	intensità luminosa di una sorgente che emette una radiazione monocromatica con frequenza $540 \cdot 10^{12}$ Hz e intensità energetica di 1/683 W/sr.	candela	Cd
Quantità di sostanza	quantità di materia di una sostanza tale da contenere tante particelle elementari quante ne contengono 0.012 kg di carbonio-12.	mole	mol

Unità derivate del SI

Tutte le unità derivate del SI possono ottenersi mediante la relazione:

$$u_{SI} = m^{\alpha} \cdot kg^{\beta} \cdot s^{\gamma} \cdot A^{\delta} \cdot K^{\varepsilon} \cdot mol^{\zeta} \cdot cd^{\eta}$$

Sistema internazionale

Alcune grandezze derivate dal SI

GRANDEZZA	DIMENSIONE	UNITA'	SIMBOLO
Velocità	$[LT^{-1}]$	metro/secondo	m/s
Accelerazione	$[LT^{-2}]$	metro/secondo quadrato	m/s^2
Forza	$[MLT^{-2}]$	newton	$1N=1kg/s^2$
Energia, Lavoro, Calore	$[ML^2T^{-2}]$	joule	1J=1Nm
Potenza	$[ML^2T^{-3}]$	watt	1W=1J/s
Pressione	$[ML^{-1}T^{-2}]$	pascal	$1Pa=1N/m^2$
Volume	$[L^3]$	metro cubo	m^3
Volume specifico	$[L^3/M]$	metrocubo/kilogrammo	m^3/kg
Densità (massa volumica)	$[ML^{-3}]$	kilogrammo/metro cubo	kg/m^3
Entalpia	$[L^2T^{-2}]$	joule/kilogrammo	J/kg
Entropia	$[L^2T^{-2}\theta^{-1}]$	joule/(kilogrammo·kelvin)	J/kgK
Portata volumetrica	$[L^3T^{-1}]$	metri cubi/secondo	m^3/s
Portata massica	$[MT^{-1}]$	kilogrammi/secondo	kg/s
Conduttività termica	$[MLT^{-3}\theta^{-1}]$	watt/(metro·kelvin)	W/mK
Conduttanza superficiale	$[MT^{-3}\theta^{-1}]$	watt/(metro quadro·kelvin)	W/m^2K

Multipli e sottomultipli

MULTIPLI			SOTTOMULTIPLI		
Prefisso	Simbolo	Fattore	Prefisso	Simbolo	Fattore
deca	da	10^{1}	deci	d	10^{-1}
etto	h	10^{2}	centi	c	10^{-2}
kilo	k	10^{3}	milli	m	10^{-3}
mega	M	10^{6}	micro	µ	10^{-6}
giga	G	10^{9}	nano	n	10^{-9}
tera	T	10^{12}	pico	p	10^{-12}
peta	P	10^{15}	femto	f	10^{-15}
exa	E	10^{18}	atto	a	10^{-18}
zetta	Z	10^{21}	zepto	z	10^{-21}
yotta	Y	10^{24}	yocto	y	10^{-24}

Norme di scrittura

Per uniformare la grafia ed evitare errori di interpretazione il SI prevede alcune norme per la scrittura delle unità di misura e dei relativi simboli.

Scrittura delle unità

Le unità di misura devono essere scritte per esteso se inserite in un testo discorsivo; la scrittura deve essere in carattere tondo minuscolo e si devono evitare segni grafici come accenti o altro.

Ad esempio si deve scrivere ampere e non ampère o Ampere.

Norme di scrittura

Scrittura dei simboli

I simboli devono essere indicati con l'iniziale minuscola ad eccezione di quelli in cui l'unità di misura deriva dal nome di uno scienziato.
Ad esempio il chilogrammo si scrive kg e non Kg, mentre il simbolo dell'unità di misura della pressione, dedicato a Blaise Pascal, è Pa, invece l'unità di misura viene scritta per esteso in minuscolo pascal.

Il secondo è s e non sec, il grammo è g e non gr.
L'unica eccezione è per il litro il cui simbolo può essere sia l che L.

A differenza delle abbreviazioni, i simboli del SI non devono essere seguiti dal punto (per il metro: m e non m.); essi devono inoltre stare dopo il valore numerico (ad esempio si scrive 20 cm e non cm 20) con uno spazio tra il numero e il simbolo: 2.21 kg; 7.3×10^{2} m^{2}.

Norme di scrittura

Scrittura dei simboli

Nelle unità di misura composte (ad esempio il newton per metro) i simboli delle unità devono essere separati da uno spazio o da un punto a mezza altezza (detto anche punto mediano) .
Non è ammesso l'uso di altri caratteri, come il trattino: ad esempio si può scrivere N m o N·m, ma non N-m.

In caso di divisione fra unità di misura, si può usare il carattere / , o la barra orizzontale o un esponente negativo: ad esempio J/kg o J kg^{-1} o J·kg^{-1}.

Qualora necessario, gruppi di unità di misura possono essere messi tra parentesi: J/K mol o J/K·mol o J·K^{-1}·mol^{-1} o J $(K·mol)^{-1}$.

Per i simboli è opportuno evitare il corsivo e il grassetto allo scopo di differenziarli dalle variabili matematiche e fisiche (ad esempio *m* per la massa ed *l* per la lunghezza).

Norme di scrittura

Scrittura delle cifre

Per raggruppare le cifre della parte intera di un valore a tre a tre partendo da destra bisogna utilizzare lo spazio. Ad esempio 1 000 000 o 342 142 (in altri sistemi si scrive 1,000,000 o 1.000.000).

Come separatore tra parte intera e parte decimale si usa la virgola, ad esempio 24.51.
Nel 2003 il CGPM concesse di usare il punto nei testi in inglese.

Disposizioni di legge

Il SI è un riferimento per molti Stati, come l'Italia, dove l'uso è stato adottato per legge nel DPR numero 802/1982 ai sensi della Direttiva del Consiglio CEE del 18 ottobre 1971 (71/354/CEE), modificata il 27 luglio 1976 (76/770/CEE).
Il suo uso è obbligatorio nella stesura di atti e documenti con valore legale, tant'è che in difetto gli atti potrebbero essere invalidati.

Unità non SI accettate

Queste unità vengono accettate accanto a quelle ufficiali del SI in quanto il loro uso è ancora molto diffuso in tutta la popolazione. Il loro uso è tollerato per permettere agli studiosi di far capire le loro ricerche a un pubblico molto ampio.
Questa categoria contiene soprattutto unità di tempo e di angoli.

Nome	**Simbolo**	**Equivalenza in termini di unità fondamentali SI**
minuto	min	1 min = 60 s
ora	h	1 h = 60 min = 3 600 s
giorno	d	1 d = 24 h = 86 400 s
grado	°	$1^{o} = (\pi/180)$ rad
minuto primo	′	$1' = (1/60)^{\circ} = (\pi/10\ 800)$ rad
minuto secondo	″	$1'' = (1/60)' = (\pi/648\ 000)$ rad
ettaro	ha	1 ha = 1 $hm^2 = 10^4\ m^2$
litro	l, L	1 L = 1 $dm^3 = 10^{-3}\ m^3$
Tonnellata	t	1 t = 10^3 kg = 10^6 g

Unità non SI accettate

Queste unità sono accettate perché quelle previste dal SI sono ricavate mediante relazioni fisiche che includono costanti non conosciute con precisione sufficiente.

In questo caso si tollera l'uso di unità non ufficiali per la maggiore precisione.

Nome	**Simbolo**	**Equivalenza in termini di unità fondamentali SI**
elettronvolt	eV	1 eV = 1.602 176 53(14) × 10^{-19} J
unità di massa atomica	u	1 u = 1.660 538 86(28) × 10^{-27} kg
unità astronomica	ua	1 ua = 1.495 978 706 91(6) × 10^{11} m

Le cifre tra parentesi sono le cifre su cui cade l’incertezza

Unità non SI accettate

Queste unità sono usate in ambiti commerciali e legali e nella navigazione.
Queste unità dovrebbero essere definite in relazione al SI in ogni documento in cui vengono usate.
Il loro uso è scoraggiato.

Nome	**Simbolo**	**Equivalenza in termini di unità fondamentali SI**
angstrom	Å	1 Å = 0,1 nm = 10^{-10} m
miglio nautico	nm	1 miglio nautico = 1 852 m
nodo	kn	1 nodo = 1 miglio nautico all'ora = (1 852/3 600) m/s
barn	b	1 b = 100 fm^2 = 10^{-28} m^2
bar	bar	1 bar = 0,1 MPa = 100 kPa = 1 000 hPa = 10^5 Pa
millimetro di mercurio	mmHg	1 mmHg ≈ 133.322 Pa
Neper	Np	1 Np = *e* qualsiasi unità fondamentale del SI
bel	B	1 B = (ln 10)/2 Np = 10 qualsiasi unità fondamentale del SI

Sistema di misura anglosassone

- Temperatura [°Farenheit, Rankine]
- Pressione [psi]
- Volume [gal,cu in]
- Massa [lb, oz]
- Energia [Btu]
- Potenza [HP]

Unità derivata: Pressione [psi] =[libbra forza/pollici quadri]

Sistema Tecnico di misura (Sistema degli Ingegneri)

➢ Temperatura	[°C]
➢ Pressione	[atm]
➢ Volume	[l]
➢ Peso	[kg_f - kp]
➢ Energia termica	[cal]
➢ Energia meccanica	[$kg_f \cdot m$]
➢ Potenza	[CV]

Esempi

Esempio di unità di misura appartenente al SI

1 metro = 10 decimetri = 100 centimetri

1 centimetro = 0.1 decimetri = 0.01 metri

Esempio di unità di misura non appartenente al SI

1 yard = 3 foot = 12 inch

1 inch = 0.083 foot = 0.027 yard

Principali fattori di conversione

Grandezza fisica	Unità di misura	Simbolo	→ Moltiplicare → ← Dividere ←	Unità di misura	Simbolo
Lunghezza	Inch	in	$2.54 \cdot 10^{-2}$	metro	m
Volume	gallone UK	gal	$4.546 \cdot 10^{-3}$	metri cubi	m^3
Massa	libbra	lb	$4.536 \cdot 10^{-1}$	kilogrammo	kg
Pressione	Kilopond/ metro quadro	kp/m^2	9.807	Pascal	Pa
Energia	Kilocaloria	kcal	$4.187 \cdot 10^{3}$	joule	J
Forza	kilopond	kg_f	9.807	newton	N
Potenza	horse power	HP	$7.45 \cdot 10^{2}$	watt	W

Cifre significative

- Le cifre significative forniscono una indicazione sul grado di precisione della misura (ad esempio i numeri 3 3.0 3.00 non sono uguali)
- Qualunque numero può essere espresso nella forma

$$N_1.N_2 N_3.......N_{n-1}N_n \cdot 10^{\pm k} \quad (\text{es } 1.574 \cdot 10^{-2})$$

con $1 \leq N_1 \leq 9$

$0 \leq N_2, N_3, \ldots, N_n \leq 9$

$k \geq 0$

Posto in questa forma il numero si dirà a n cifre significative

Esempio:

$537569 = 5.37569 \cdot 10^5$	6 cifre significative
$0.00514 = 5.14 \cdot 10^{-3}$	3 cifre significative
$4 = 4 \cdot 10^0$	1 cifra significativa
$1.574 \cdot 10^{-2}$	4 cifre significative

Approssimazione

Un numero formato da *m* cifre significative può essere approssimato ad un numero con *k* cifre significative, sempre che *k* sia minore di *m.*

Le convenzioni adottate sono le seguenti:

a) se risulta per la cifra *(k+1)-esima*

$$0 \leq N_{k+1} \leq 4$$

la cifra d_k rimane inalterata e l'approssimazione è *per difetto*

b) se risulta per la cifra *(k+1)-esima*

$$5 \leq N_{k+1} \leq 9$$

la cifra d_k deve essere incrementata di una unità e l'approssimazione e *per eccesso*

Esempio:

4.562 approssimato alla 1ª cifra 5

4.562 approssimato alla 2ª cifra 4.6

4.562 approssimato. alla 3ª cifra 4.56

Omogeneità dimensionale

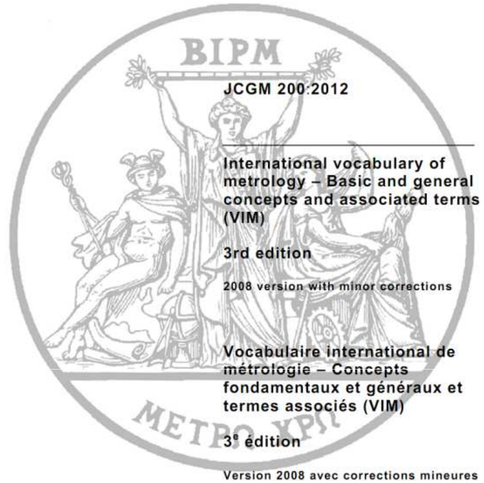
- Tutte le relazioni tra grandezze fisiche devono essere dimensionalmente omogenee
- Errori grossolani nella scrittura delle relazioni possono essere messi in evidenza dall'analisi dimensionale
- Una relazione dimensionalmente non omogenea è certamente errata. Tale condizione è sicuramente necessaria, ma non sufficiente.
- Esempio:

la relazione seguente è dimensionalmente omogenea?

$$E = 7.0\ N \cdot m + 2.05\ W \cdot h + 25.4\ J/kg$$

MISURA $\Rightarrow$ INCERTEZZA

In ogni processo di misura è insita un'incertezza.



Nel 1984 l'ISO (International Organization for Standardization) ha pubblicato la prima edizione del *International Vocabulary of basic and general terms in metrology* (VIM) dove vengono definiti i termini utilizzati in metrologia.
La terza edizione, del 2008, è stata pubblicata anche in italiano nel 2010 (norma UNI-CEI 70099).

Nel 1993 l'ISO pubblica la *Guide to the expression of Uncertainty in Measurement* (GUM) dove sono state stabilite le regole generali per determinare e gestire le incertezze.

ERRORE ≠ SBAGLIO

Nella scienza la parola “errore” non sempre implica il solito significato si “sbaglio” o “svista”.

Secondo il (VIM) del 2008, “errore di misura è il valore misurato di una grandezza meno un valore di riferimento di una grandezza”, mentre “l’incertezza di misura è un parametro non negativo che caratterizza la dispersione dei valori che sono attribuiti a un misurando, sulla base delle informazioni utilizzate”

Come tali gli errori non sono sbagli; non si possono evitare neanche operando con molta cura perché insiti nel concetto di misurazione.

Il meglio che si possa fare è di assicurarsi che gli errori siano i più piccoli possibile e di avere qualche stima realistica del loro valore.

VALOR VERO

Il valor vero di una grandezza è il valore di una grandezza coerente con la definizione della grandezza.

Il valor vero di una grandezza può essere considerato unico e, nella pratica, inconoscibile.

Oppure, a causa della quantità intrinsecamente incompleta di dettagli nella definizione di qualsiasi grandezza, non esiste un unico valor vero, bensì un insieme di valori veri, tutti coerenti con la definizione della grandezza. Tuttavia, tale insieme di valori risulta inconoscibile tanto in teoria quanto nella pratica. Altri punti di vista prescindono dal concetto di valor vero e si basano sul concetto di compatibilità metrologica per valutare la validità dei risultati di misura.

FONTI DI ERRORE

Strumento

Metodo

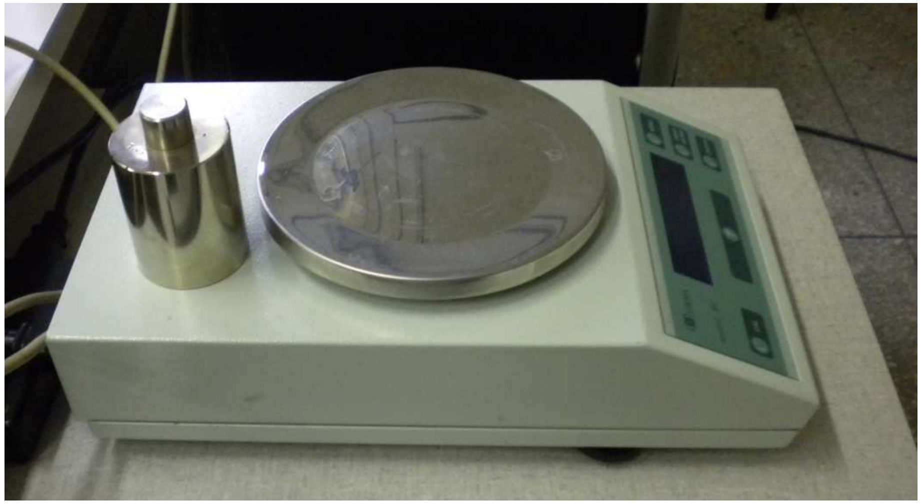
Operatore

STRUMENTI DI MISURA

Caratteristiche degli strumenti

Per brevità si parlerà nel seguito sempre di ``strumento'', intendendo anche, più in generale, un sistema o una catena di misura.

- **Campo di misura e condizioni di lavoro**
- **Dipendenza della risposta dallo stimolo**
- **Errori degli strumenti di misura**



STRUMENTI DI MISURA

Campo di misura e condizioni di lavoro

Rappresenta il campo di valori per i quali lo strumento si comporta conformemente alle caratteristiche dichiarate dal costruttore.
L'estensione nominale si riferisce invece all'intervallo di indicazioni ottenibili con una particolare posizione dei comandi dello strumento (si pensi ad esempio ad un multimetro nel quale è possibile variare il fondo scala mediante dei commutatori).

Affinché uno strumento possa soddisfare le caratteristiche metrologiche attese deve essere utilizzato entro condizioni (prestabilite) di funzionamento (o di lavoro).

Queste condizioni si riferiscono sia al misurando che alle grandezze di influenza.
Ad esempio un dispositivo elettronico può lavorare correttamente soltanto se utilizzato fra 0 e 80 °C. In particolare, esso non deve essere esposto a condizioni estreme (condizioni limite) che ne possono causare la rottura o compromettere le caratteristiche quando sarà successivamente utilizzato nelle condizioni prestabilite. Le condizioni limite si possono riferire non soltanto al funzionamento ma anche al trasposto e all'immagazzinamento. Ad esempio un oscilloscopio a raggi catodici può essere danneggiato sia a causa di sovratensioni che di condizioni ambientali estreme.

STRUMENTI DI MISURA

Campo di misura e condizioni di lavoro

Più vincolanti delle condizioni di funzionamento sono le condizioni di riferimento, prescritte per controllare le prestazioni di uno strumento o per confrontare i risultati con quelli ottenuti da altri strumenti. Ad esempio righelli, calibri e cilindri graduati sono tarati a 20 °C.

Lo stesso dicasi per i multimetri analogici, per i quali è anche generalmente prescritto un uso in posizione orizzontale.

Uno strumento è stabile se mantiene costanti le sue caratteristiche metrologiche nel corso del tempo. Se invece queste cambiano lentamente con il tempo si dice che le caratteristiche dello strumento hanno una deriva (temporale).

STRUMENTI DI MISURA

Dipendenza della risposta dallo stimolo

Al variare dello stimolo cambia ``in genere'' la risposta dello strumento. Il più delle volte il cambiamento dell'uscita non è istantaneo, ma richiede un tempo di risposta, definito come l'intervallo di tempo fra l'instante in cui il segnale di ingresso ha avuto un ben definito cambiamento improvviso e l'istante in cui il segnale di uscita raggiunge, entro determinati valori, e conserva il suo valore finale a regime. In alcuni strumenti in cui la risposta raggiunge il valore finale tramite una legge esponenziale del tipo

$$U(t) = U_{new} + [U_{old} - U_{new}]\, e^{-t/\tau} \,,$$

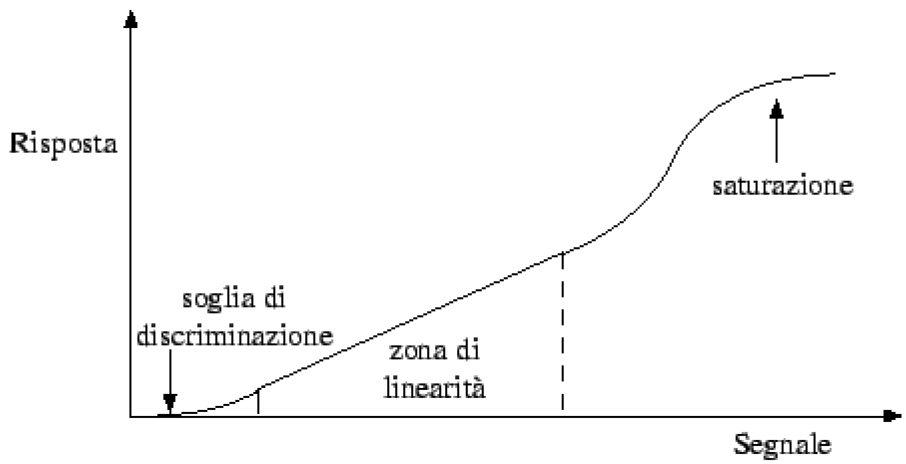
la costante τ, che ha le dimensioni del tempo, viene chiamata costante di tempo. Ponendo $t = \tau$ si verifica che essa rappresenta il tempo necessario affinché la differenza iniziale U_{old} - U(t) si riduca di 1/e ≈0.37 di quella iniziale. Un esempio di strumento che si comporta in questo modo è il termometro. La velocità di adeguamento dello strumento alla nuova situazione è legata alla caratteristica di prontezza. Mentre è ovvio che uno strumento esageratamente lento è inadeguato, non è detto che una prontezza elevatissima (t —> 0 in un modello di risposta esponenziale) sia una qualità desiderabile. A volte è preferibile uno strumento lento, in quanto esso ``filtra'' fluttuazioni rapide di indicazione che non sono interessanti ai fini della misura.

STRUMENTI DI MISURA

Dipendenza della risposta dallo stimolo

Per quanto riguarda invece la dipendenza della risposta dallo stimolo, essa è data dalla caratteristica di trasferimento (o di risposta), esprimibile mediante una relazione matematica, una tabella numerica o un grafico.

Essa può dipendere anche dalle condizioni di lavoro.



Caratteristica di risposta di uno strumento

STRUMENTI DI MISURA

Dipendenza della risposta dallo stimolo

Il rapporto fra il cambiamento di risposta diviso il corrispondente cambiamento dello stimolo (sufficientemente piccolo) definisce la sensibilità dello strumento.

Per esempio un voltmetro analogico il cui ago si sposta lungo la scala di una divisione su una scala avente una spaziatura di 1 mm al variare di 10 mV della tensione ha una sensibilità di

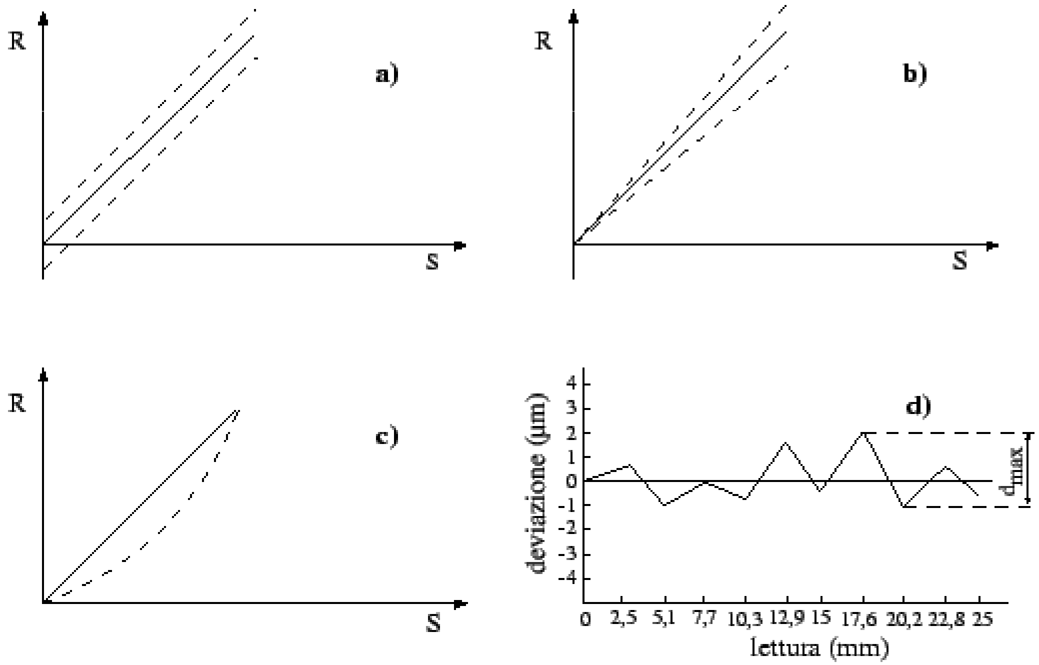
$$S = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}V} \approx \frac{\Delta s}{\Delta V} = \frac{1\,\mathrm{mm}}{10\,\mathrm{mV}} = 0.1\,\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{mV}} = 10^2\,\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{V}}\,.$$

La sensibilità può dipendere dal valore del misurando e quindi in generale occorre specificare a quale valore si riferisce.
Ad esempio il multimetro analogico utilizzato con un certo settaggio nella configurazione ohmetro ha una sensibilità che decresce con il valore del valore (``le tacche si infittiscono'').

STRUMENTI DI MISURA

Errori degli strumenti di misura

Alcuni tipi di errori sistematici di strumenti: a) errore di zero; b) errore di scala; c) deviazione dalla linearità; d) caso di più difficile modellizzazione



Tutti i concetti relativi agli errori di misura si applicano agli strumenti, intendendo che gli errori di misura degli strumenti costituiscono il contributo dello strumento all'errore globale.

METODO

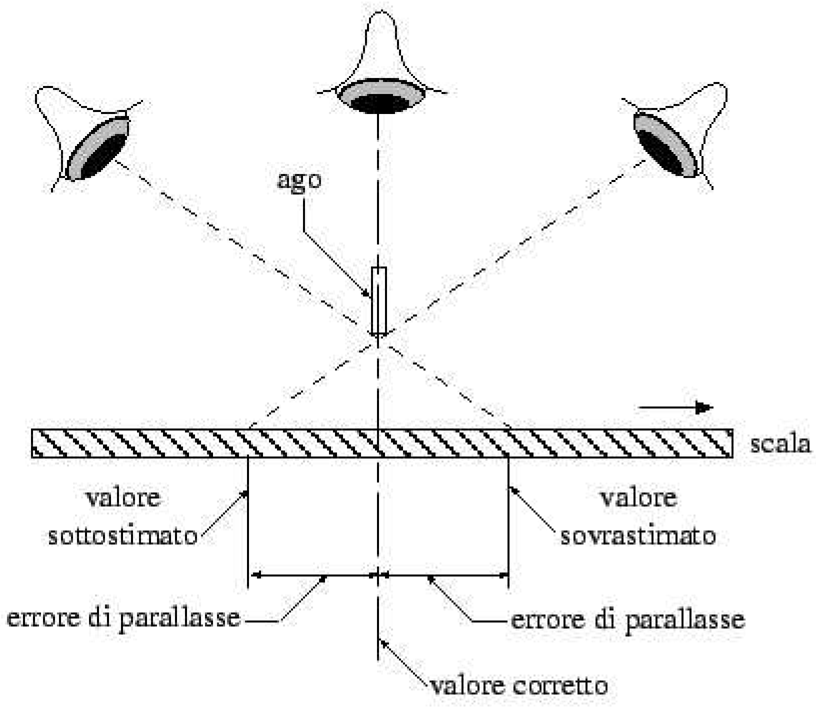
Non sempre la misura si ottiene tramite un confronto diretto tra la grandezza da misurare e lo strumento .

Il metodo può introdurre degli errori.

Per esempio, se vogliamo misurare la distanza a cui è caduto un fulmine misurando il tempo che passa da quando lo vediamo a quando udiamo il rumore del tuono, trascuriamo il tempo che la luce ha impiegato per giungere fino a noi.

OPERATORE

Il più comune è l’errore di parallase.



TIPI DI ERRORE

Gli errori vengono generalmente suddivisi in due categorie: ***errori casuali*** ed ***errori sistematici***.

Gli ***errori casuali*** sono dovuti a influenze non controllabili e non unidirezionali (cioè a media nulla) che intervengono durante una serie di misure. Essi sono responsabili della *variabilità* dei valori misurati intorno ad un certo valor medio a parità di delle condizioni sperimentali.

Sono chiamati invece ***errori sistematici*** le deviazioni dal valor vero che durante la misura sono costanti in entità e mantengono lo stesso segno. Ad esempio, un micrometro può fornire indicazioni di lunghezza che differiscono fra di loro leggermente a causa di errori casuali dovuti a piccoli attriti, all'irregolarità delle superfici e alla valutazione dell'indicazione da parte dello sperimentatore. Ma il valore medio delle misure può differire dal valore vero molto di più di quanto ci si aspetta ragionevolmente dalla distribuzione di probabilità della media se lo strumento è *scalibrato*. In questo caso si dirà che è la misura è affetta da un errore sistematico.

Gli errori sistematici possono variare con il tempo. Ciò implica che un fattore di influenza può produrre un errore da considerare sistematico o casuale a seconda delle condizioni di lavoro. Ad esempio la temperatura ambiente, tipica causa di errori sistematici, può produrre errori casuali se si effettuano diverse misure a distanza di tempo in un ambiente in cui la temperatura non è costantemente.

Non è ha senso una separazione netta fra errore casuale ed errore sistematico.

TIPI DI ERRORE

Gli errori vengono generalmente suddivisi in due categorie: ***errori casuali*** ed ***errori sistematici***.

Gli ***errori casuali*** sono dovuti a influenze non controllabili e non unidirezionali (cioè a media nulla) che intervengono durante una serie di misure. Essi sono responsabili della *variabilità* dei valori misurati intorno ad un certo valor medio a parità di delle condizioni sperimentali.

TIPI DI ERRORE

Sono chiamati invece ***errori sistematici*** le deviazioni dal valor vero che durante la misura sono costanti in entità e mantengono lo stesso segno.

Ad esempio, un micrometro può fornire indicazioni di lunghezza che differiscono fra di loro leggermente a causa di errori casuali dovuti a piccoli attriti, all'irregolarità delle superfici e alla valutazione dell'indicazione da parte dello sperimentatore. Ma il valore medio delle misure può differire dal valore vero molto di più di quanto ci si aspetta ragionevolmente dalla distribuzione di probabilità della media se lo strumento è *scalibrato*.

Gli errori sistematici possono variare con il tempo. Ciò implica che un fattore di influenza può produrre un errore da considerare sistematico o casuale a seconda delle condizioni di lavoro.

Ad esempio la temperatura ambiente, tipica causa di errori sistematici, può produrre errori casuali se si effettuano diverse misure a distanza di tempo in un ambiente in cui la temperatura non è costantemente.

Non è ha senso una separazione netta fra errore casuale ed errore sistematico.

TIPI DI ERRORE

ERRORI SITEMATICI:

strumenti di cattiva qualità

buoni strumenti usati male

inadatti

imperizia o negligenza

imperfetta taratura

difetti di funzionamento

montaggi errati

Influiscono sempre nello stesso senso.

SI POSSONO ELIMINARE

TIPI DI ERRORE

ERRORI ACCIDENTALI o CASUALI:

inevitabile e imprevedibile imperfezione dei sensi dello sperimentatore e degli strumenti

fluttuazioni casuali dei fattori esterni

natura stessa del fenomeno

Influiscono in un senso o nell'altro.

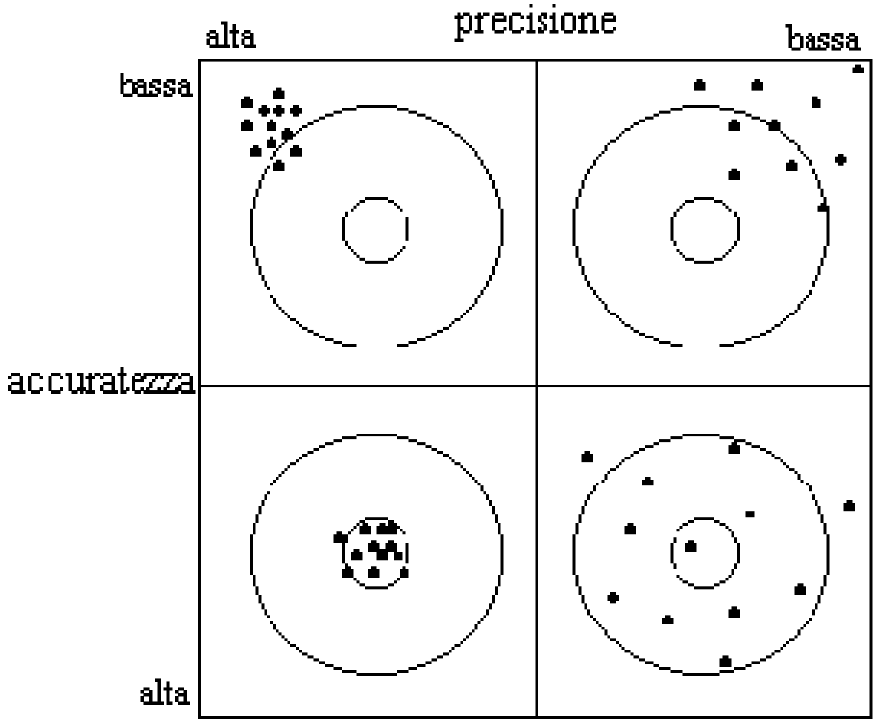
NON SI POSSONO ELIMINARE

TIPI DI ERRORE

Nella misura si parla di ***accuratezza*** e di ***precisione***.

L'accuratezza di una misura è il grado di concordanza tra il valore misurato e un valore vero di un misurando.

La precisione di una misura è il grado di concordanza tra indicazioni o valori misurati ottenuti da un certo numero di misurazioni ripetute dello stesso oggetto o di oggetti similari, eseguite in condizioni specificate .



VALOR MEDIO ed ERRORE ASSOLUTO

In molti casi la misura può essere ripetuta molte volte, ciò permette di ridurre statisticamente l'errore.

Siano x_i i valori di N misure della stessa grandezza x:

Valor medio $$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

$$\Delta x = \frac{x_{MAX} - x_{MIN}}{2}$$ Errore massimo

$$\Delta x = \sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}$$

Deviazione standard

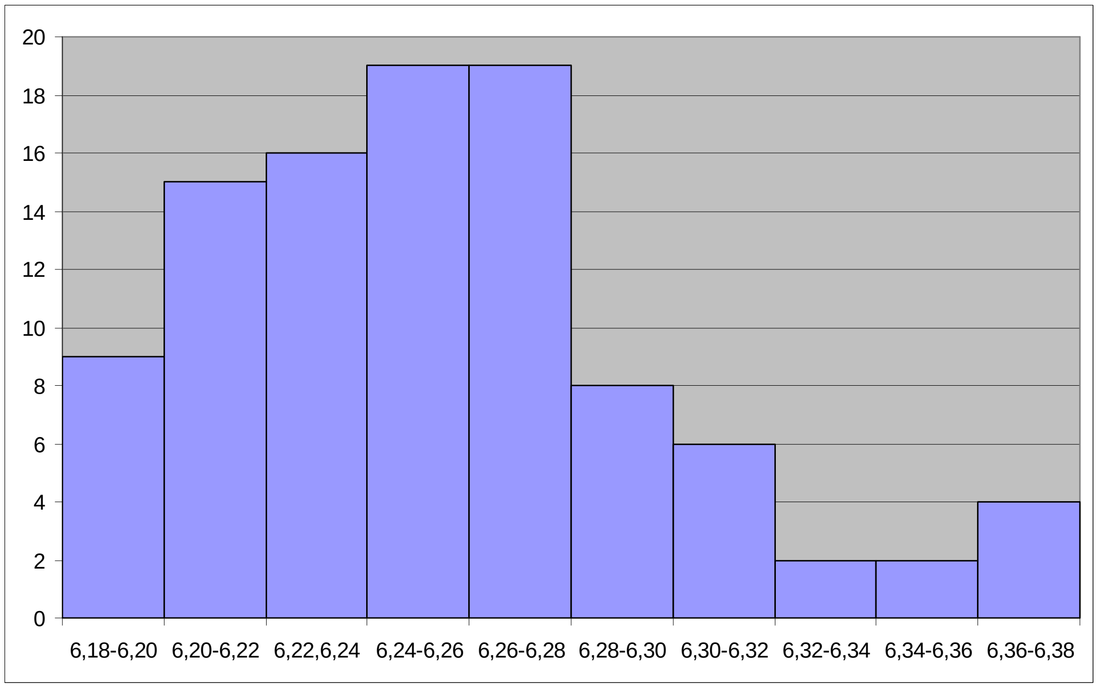
$$\Delta x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

Deviazione standard della media o errore standard

LA DISTRIBUZIONE NORMALE

Quando le misure possono essere ripetute per la loro analisi è comodo ricorrere ad un istogramma di frequenza.

Molto spesso si osserva che l'istogramma presenta un andamento particolare, uno dei valori ha maggior frequenza degli altri hanno frequenze che diminuiscono man mano che ci si allontana da questo.



LA DISTRIBUZIONE NORMALE

Quando le misure possono essere ripetute per la loro analisi è comodo ricorrere ad un istogramma di frequenza.

Quando, all'aumentare del numero di misurazioni (per meglio dire quando il numero delle misurazioni tende all'infinito) le distribuzioni di frequenza prima risultano crescenti, raggiungono un massimo e poi cominciano a decrescere fino ad arrivare allo zero, si può parlare di variabili che tendono a distribuirsi "normalmente", ossia che seguono un andamento secondo la curva di Gauss la cui espressione analitica è:

$$f\left(x\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{\left(x-m\right)^2}{2\sigma^2}}$$

Dove σ è la deviazione standard e *m* è la media.

LA DISTRIBUZIONE NORMALE

Caratteristiche della gaussiana

1 - è simmetrica rispetto al valore medio

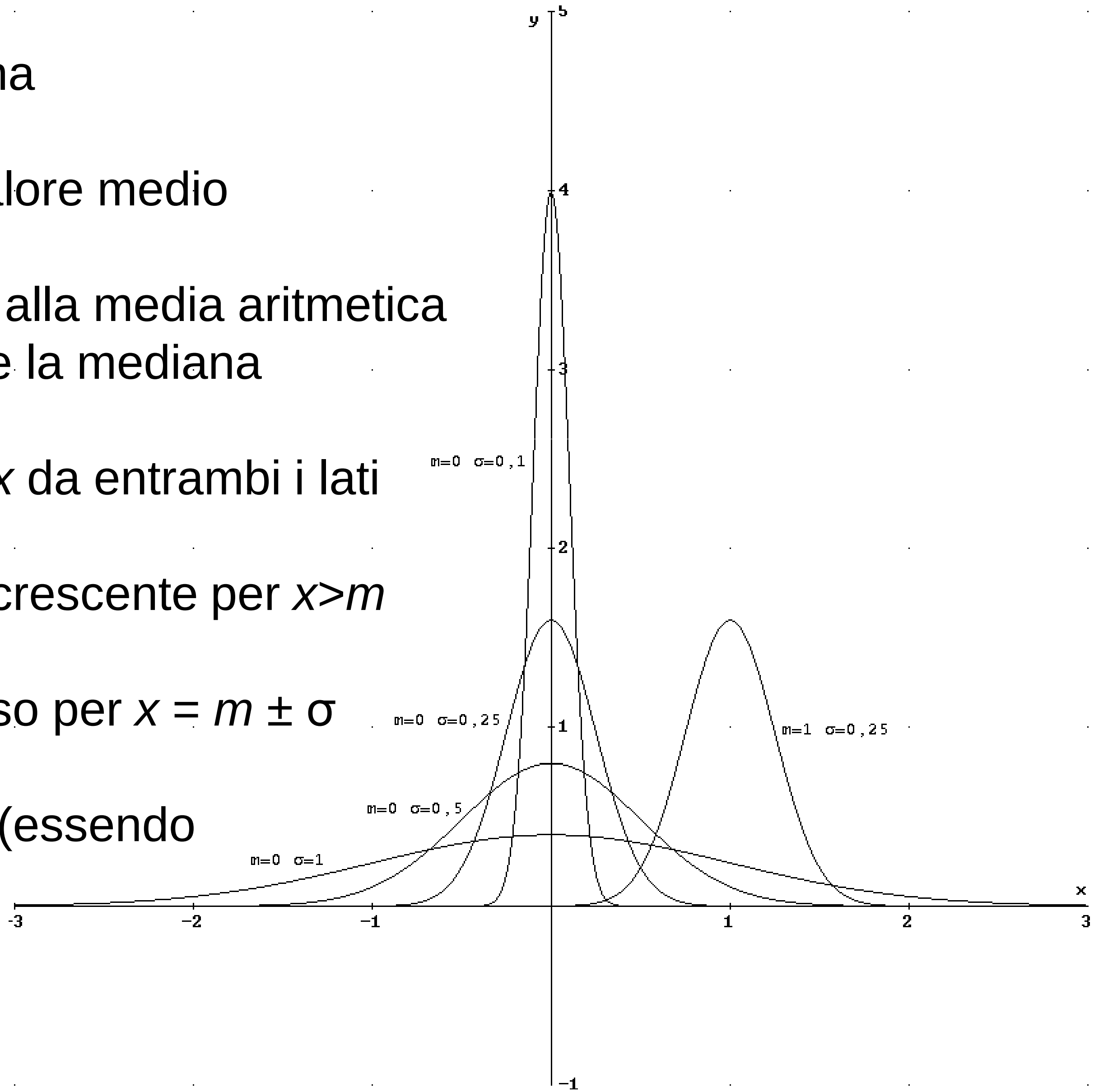
2 - il valore di $x = m$ oltre che alla media aritmetica coincide anche con la moda e la mediana

3 - è asintotica all'asse delle x da entrambi i lati

4 - è crescente per $x<m$ e decrescente per $x>m$

5 - possiede due punti di flesso per $x = m \pm \sigma$

6 - l'area sotto la curva è = 1 (essendo la probabilità che si verifichi un qualsiasi valore di x).



LA DISTRIBUZIONE NORMALE

È la curva degli errori accidentali

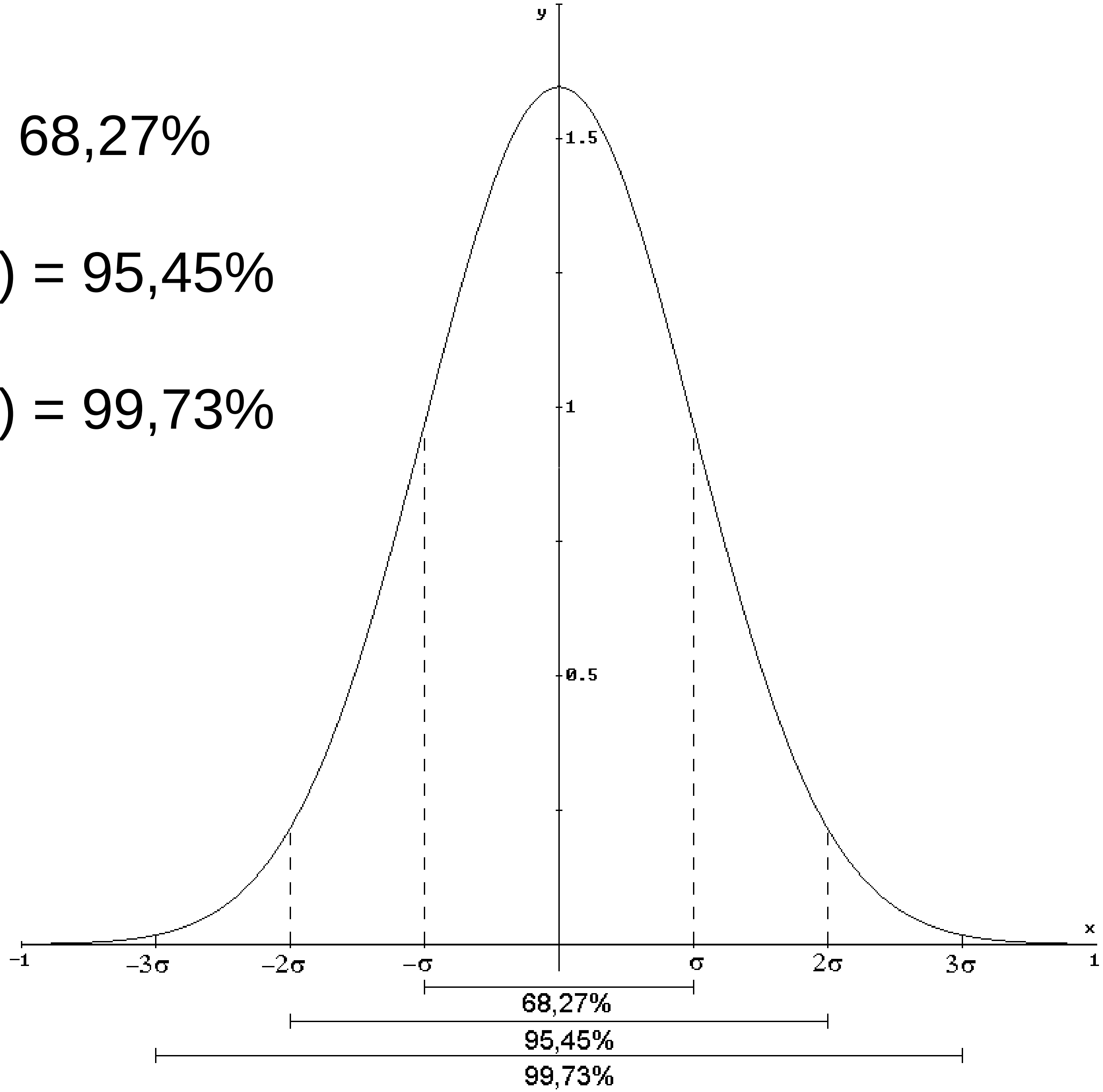
- Gli errori accidentali mediamente si annullano
- La probabilità di un errore di segno positivo è uguale alla probabilità di un errore di segno negativo
- All’aumentare dell’entità dell’errore, la probabilità di commetterlo si riduce. Al limite, la probabilità di commettere un errore infinitamente grande è uguale a zero.

LA DISTRIBUZIONE NORMALE

$P(-\sigma < x < \sigma) = 68{,}27\%$

$P(-2\sigma < x < 2\sigma) = 95{,}45\%$

$P(-3\sigma < x < 3\sigma) = 99{,}73\%$



VALOR MEDIO ed ERRORE ASSOLUTO

Se non è possibile ripetere la misura allora si prende come errore la sensibilità dello strumento.

Anche nel caso nel misure ripetute, se l’errore è minore della sensibilità dello strumento allora si prende questa come errore.

ERRORE RELATIVO E PERCENTUALE

Errore relativo

$$\delta x = \frac{\Delta x}{x}$$

Errore percentuale

$$\delta x_{\%} = \delta x \cdot 100$$

SCRITTURA DEL RISULTATO DI UNA MISURA

$$x = \left(\overline{x} \pm \Delta x\right) u$$

Ogni misura definisce un intervallo

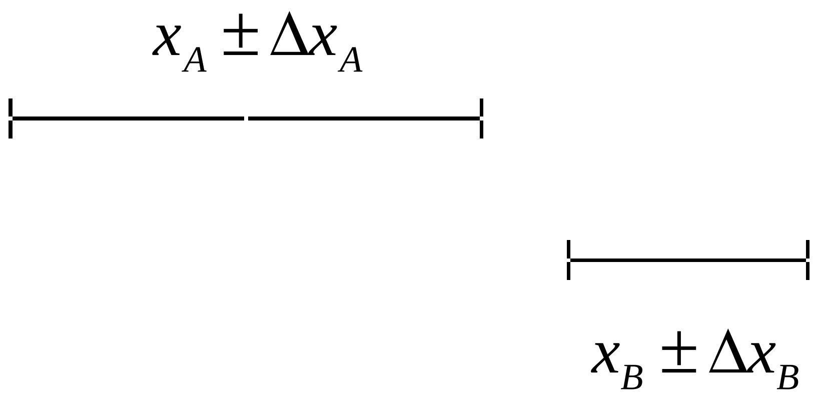
REGOLA PER SCRIVERE L'ERRORE

L'ERRORE (anche relativo e percentuale) VA SEMPRE SCRITTO CON UNA SOLA CIFRA SIGNIFICATIVA (al più due se questa è 1 o 2).

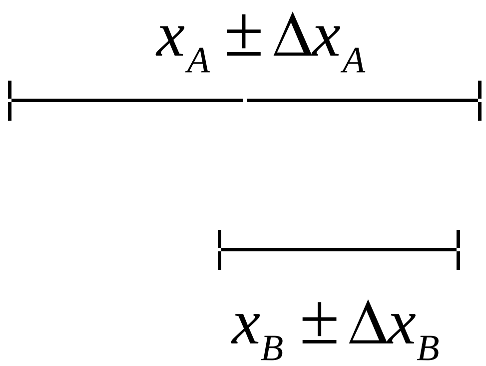
IL VALORE MEDIO DELLA GRANDEZZA MISURATA VA ACCORDATO CON L'ERRORE ASSOLUTO

$x = 12.45 \pm 0.012$	NO
$x = 12.453 \pm 0.012$	SI
$x = 12.453421 \pm 0.012$	NO
$x = 43.18 \pm 0.075232$	NO
$x = 43.18 \pm 0.08$	SI
$x = 43.183421 \pm 0.08$	NO

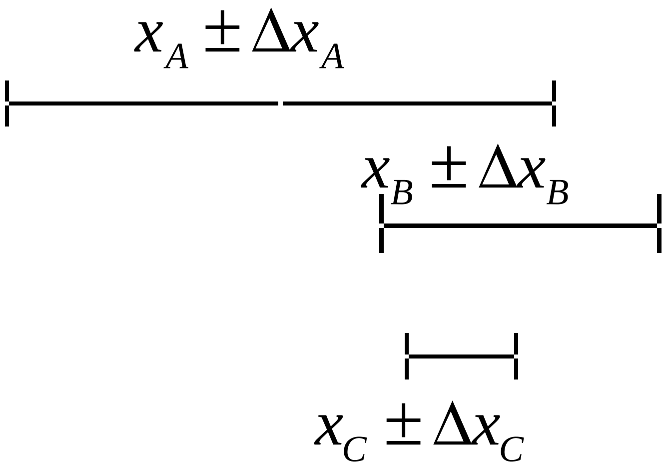
COMPATIBILITA’



Misure incompatibili



Misure compatibili



Misure compatibili con una terza più precisa sono compatibili tra di loro

PROPAGAZIONE DELL'ERRORE

Se a e b sono due grandezze espresse con il loro errore, nella loro somma il valore medio è uguale alla somma dei valori medi e l'errore assoluto è uguale alla somma degli errori assoluti delle grandezze.

$$a = \left(\overline{a} \pm \Delta a\right) \qquad b = \left(\overline{b} \pm \Delta b\right)$$

$$c = a + b = \left(\overline{c} \pm \Delta c\right)$$

$$\overline{c} = \overline{a} + \overline{b} \qquad \Delta c = \Delta a + \Delta b$$

PROPAGAZIONE DELL'ERRORE

Se a e b sono due grandezze espresse con il loro errore, nella loro differenza il valore medio è uguale alla differenza dei valori medi e l'errore assoluto è uguale alla somma degli errori assoluti delle grandezze.

$$a = \left(\overline{a} \pm \Delta a\right) \qquad b = \left(\overline{b} \pm \Delta b\right)$$

$$c = a - b = \left(\overline{c} \pm \Delta c\right)$$

$$\overline{c} = \overline{a} - \overline{b} \qquad \Delta c = \Delta a + \Delta b$$

PROPAGAZIONE DELL'ERRORE

Se a e b sono due grandezze espresse con il loro errore, nel loro prodotto il valore medio è uguale al prodotto dei valori medi e l'errore relativo è uguale alla somma degli errori relativi delle grandezze.

$$a = \left(\overline{a} \pm \Delta a\right) \qquad b = \left(\overline{b} \pm \Delta b\right)$$

$$c = a \cdot b = \left(\overline{c} \pm \Delta c\right)$$

$$\overline{c} = \overline{a} \cdot \overline{b} \qquad \delta c = \delta a + \delta b \qquad \Delta c = \delta c \cdot \overline{c}$$

PROPAGAZIONE DELL'ERRORE

Se a e b sono due grandezze espresse con il loro errore, nel loro rapporto il valore medio è uguale al rapporto dei valori medi e l'errore relativo è uguale alla somma degli errori relativi delle grandezze.

$$a = \left(\overline{a} \pm \Delta a\right) \qquad b = \left(\overline{b} \pm \Delta b\right)$$

$$c = a / b = \left(\overline{c} \pm \Delta c\right)$$

$$\overline{c} = \overline{a} / \overline{b} \qquad \delta c = \delta a + \delta b \qquad \Delta c = \delta c \cdot \overline{c}$$

PROPAGAZIONE DELL'ERRORE

Più in generale se una grandezza y è funzione di più grandezze affette da errore:

$$y = f\left(a,b,c\right)$$

Allora l'errore massimo è dato da:

$$\Delta y = \left|\frac{\partial f}{\partial a}\right|\Delta a + \left|\frac{\partial f}{\partial b}\right|\Delta b + \left|\frac{\partial f}{\partial c}\right|\Delta c$$

PROPAGAZIONE DELL'ERRORE

Quando invece all'incertezza complessiva Δy concorrono errori sistematici e accidentali, o comunque errori indipendenti Δx_i, allora l'errore complessivo è dato da:

$$\Delta y = \sqrt{\sum \left(\Delta x_i \right)^2}$$

DETARMINAZIONE DI UNA LEGGE FISICA

- PROPORZIONALITA' DIRETTA $y = kx$
- DIPENDENZA LINEARE $y = kx + q$
- PROPORZIONALITA' INVERSA $y = \frac{k}{x}$
- PROPORZIONALITA' QUADRATICA $y = kx^2$
- DIPENDENZA FUNZIONALE $f\left(x, y, k, q\right) = 0$

DETARMINAZIONE DI UNA LEGGE FISICA

ALGEBRICAMENTE

GRAFICAMENTE

DETARMINAZIONE DI UNA LEGGE FISICA

PROPORZIONALITA' DIRETTA

m [g]	Δm [g]	V [cm^3]	ΔV [cm^3]	k [g/cm^3]	Δk [g/cm^3]	$k-\Delta k$ [g/cm^3]	$k+\Delta k$ [g/cm^3]
22,44	0,01	3,08	0,06	7,2857	0,1452	7,1405	7,4309
27,98	0,01	3,83	0,07	7,3055	0,1361	7,1694	7,4416
33,50	0,01	4,55	0,08	7,3626	0,1317	7,2309	7,4943
39,67	0,01	5,40	0,09	7,3463	0,1243	7,2220	7,4706
44,97	0,01	6,14	0,11	7,3241	0,1328	7,1913	7,4569
50,66	0,01	6,90	0,11	7,3420	0,1185	7,2235	7,4605
56,03	0,01	7,65	0,12	7,3242	0,1162	7,2080	7,4404
62,01	0,01	8,44	0,15	7,3472	0,1318	7,2154	7,4790
67,69	0,01	9,23	0,15	7,3337	0,1203	7,2134	7,4540
73,33	0,01	10,00	0,16	7,3330	0,1183	7,2147	7,4513

$$k = \frac{m}{V}$$

$$\Delta k = \frac{V\Delta m + m\Delta V}{V^2}$$

DETARMINAZIONE DI UNA LEGGE FISICA

PROPORZIONALITA' DIRETTA

m (g)	Δm (g)	V (cm^3)	ΔV (cm^3)	k (g/cm^3)	Δk (g/cm^3)	k-Δk (g/cm^3)	k+Δk (g/cm^3)
22,44	0,01	3,08	0,06	7,2857	0,1452	7,1405	7,4309
27,98	0,01	3,83	0,07	7,3055	0,1361	7,1694	7,4416
33,50	0,01	4,55	0,08	7,3626	0,1317	7,2309	7,4943
39,67	0,01	5,40	0,09	7,3463	0,1243	7,2220	7,4706
44,97	0,01	6,14	0,11	7,3241	0,1328	7,1913	7,4569
50,66	0,01	6,90	0,11	7,3420	0,1185	7,2235	7,4605
56,03	0,01	7,65	0,12	7,3242	0,1162	7,2080	7,4404
62,01	0,01	8,44	0,15	7,3472	0,1318	7,2154	7,4790
67,69	0,01	9,23	0,15	7,3337	0,1203	7,2134	7,4540
73,33	0,01	10,00	0,16	7,3330	0,1183	7,2147	7,4513

$$\max(k-\Delta k) < \min(k+\Delta k)$$

MISURE COMPATIBILI

DETARMINAZIONE DI UNA LEGGE FISICA

PROPORZIONALITA' DIRETTA

P (g)	ΔP (g)	V (cm^3)	ΔV (cm^3)	k (g/cm^3)	Δk (g/cm^3)	k-Δk (g/cm^3)	k+Δk (g/cm^3)
22,44	0,01	3,08	0,06	7,2857	0,1452	7,1405	7,4309
27,98	0,01	3,83	0,07	7,3055	0,1361	7,1694	7,4416
33,50	0,01	4,55	0,08	7,3626	0,1317	7,2309	7,4943
39,67	0,01	5,40	0,09	7,3463	0,1243	7,2220	7,4706
44,97	0,01	6,14	0,11	7,3241	0,1328	7,1913	7,4569
50,66	0,01	6,90	0,11	7,3420	0,1185	7,2235	7,4605
56,03	0,01	7,65	0,12	7,3242	0,1162	7,2080	7,4404
62,01	0,01	8,44	0,15	7,3472	0,1318	7,2154	7,4790
67,69	0,01	9,23	0,15	7,3337	0,1203	7,2134	7,4540
73,33	0,01	10,00	0,16	7,3330	0,1183	7,2147	7,4513

$$k = (7{,}33 \pm 0{,}13)\ g/cm^3$$

DETARMINAZIONE DI UNA LEGGE FISICA

PROPORZIONALITA' INVERSA

A [cm^2]	ΔA [cm^2]	h [cm]	Δh [cm]	V = Ah [cm^3]	ΔV [cm^3]	V-ΔV [cm^3]	V+ΔV [cm^3]
26,7	0,5	17,0	0,5	454	22	432	476
31,6	0,5	14,3	0,5	452	23	429	475
43,5	0,6	10,2	0,5	444	28	416	472
56,3	0,7	8,7	0,5	490	34	456	524
67,9	0,7	7,2	0,5	489	39	450	528
102,1	0,9	4,5	0,5	459	55	404	514

$$k = xy$$

$$\Delta k = x\Delta y + y\Delta x$$

DETARMINAZIONE DI UNA LEGGE FISICA

PROPORZIONALITA' QUADRATICA

h [m]	Δh [m]	t [s]	Δt [s]	k=h/t^2 [m/s^2]	Δk [m/s^2]	k - Δk [m/s^2]	k + Δk [m/s^2]
0,241	0,001	0,22176	0,00003	4,901	0,022	4,879	4,923
0,284	0,001	0,24098	0,00002	4,891	0,018	4,873	4,909
0,305	0,001	0,2497	0,00004	4,892	0,018	4,874	4,910
0,388	0,001	0,28156	0,00004	4,894	0,014	4,880	4,908
0,391	0,001	0,28247	0,00002	4,900	0,013	4,887	4,913
0,917	0,001	0,43269	0,00002	4,898	0,006	4,892	4,904

$$k = y / x^2 \qquad \delta k = 2\delta x + \delta y \qquad \Delta k = \delta k \cdot \overline{k}$$

DETARMINAZIONE DI UNA LEGGE FISICA

PROPORZIONALITA' QUADRATICA

x			y			Dx	Dy	k	q
0,9	±	0,1	3,6	±	0,1	1,8	5,2	2,889	0,99
2,7	±	0,1	8,8	±	0,2	0,8	2,3	2,875	0,97
3,5	±	0,2	11,1	±	0,2	0,6	2,0	3,333	0,95
4,1	±	0,2	13,1	±	0,3	1,2	3,2	2,667	1,21
5,3	±	0,3	16,3	±	0,3	1,2	3,7	3,083	0,93
6,5	±	0,3	20,0	±	0,4	0,9	2,5	2,778	1,15
7,4	±	0,4	22,5	±	0,4				1,04
						valori medi		2,9	1,03
						incertezze		0,3	0,14

METODO GRAFICO

1 - **Orientare il foglio di carta millimetrata**

Poiché il foglio è rettangolare è necessario orientarlo (in orizzontale o in verticale) a seconda delle misure da rappresentare.

Ci si regola tenendo conto del principio generale secondo il quale il grafico deve essere il più grande possibile. Contando i centimetri del foglio di carta millimetrata e valutando le grandezze da rappresentare, si pone sul lato lungo quella che assume valori maggiori.

Sull'asse x si mette la variabile indipendente.
Se una grandezza è il tempo va considerata come variabile indipendente.

METODO GRAFICO

2 - **Definire la scala**

In genere le grandezze da rappresentare non sono dello stesso tipo e certamente non sono sempre centimetri; è quindi necessario stabilire a cosa corrisponde 1 cm sulla carta millimetrata, sia in orizzontale sia in verticale.

Dobbiamo cioè definire il fattore di scala sia per l’asse x (fsx), sia per l’asse y (fsy).

Vale la seguente proporzione:

$$\frac{\text{Valore massimo da rappresentare}}{\text{Numero cm}} = \frac{\text{fs}}{1\ \text{cm}}$$

METODO GRAFICO

Quando si valuta il massimo valore bisogna tener conto anche dell'incertezza.

È sempre bene approssimare il fs ad un numero tipo 0,1; 0,2; 0,5 o addirittura alle unità.

L'approssimazione deve essere fatta sempre per eccesso.

Una volta individuati fsx e fsy è bene riportarli in un angolo del foglio di carta millimetrata.

METODO GRAFICO

3 – Rappresentare i dati

Dopo aver determinato i fattori di scala fsx e fsy è consigliabile costruire una nuova tabella dove i valori dei dati sperimentali siano espressi nei centimetri da riportare sulla carta millimetrata.

I nuovi valori si ottengono dalla proporzione:

$$\mathrm{Valore} : \mathrm{Valore(cm)} = fs : 1\mathrm{cm}$$

$$\mathrm{Valore(cm)} = \frac{\mathrm{Valore}}{fs}$$

ATTENZIONE

Vanno calcolati anche i nuovi valori delle incertezze.

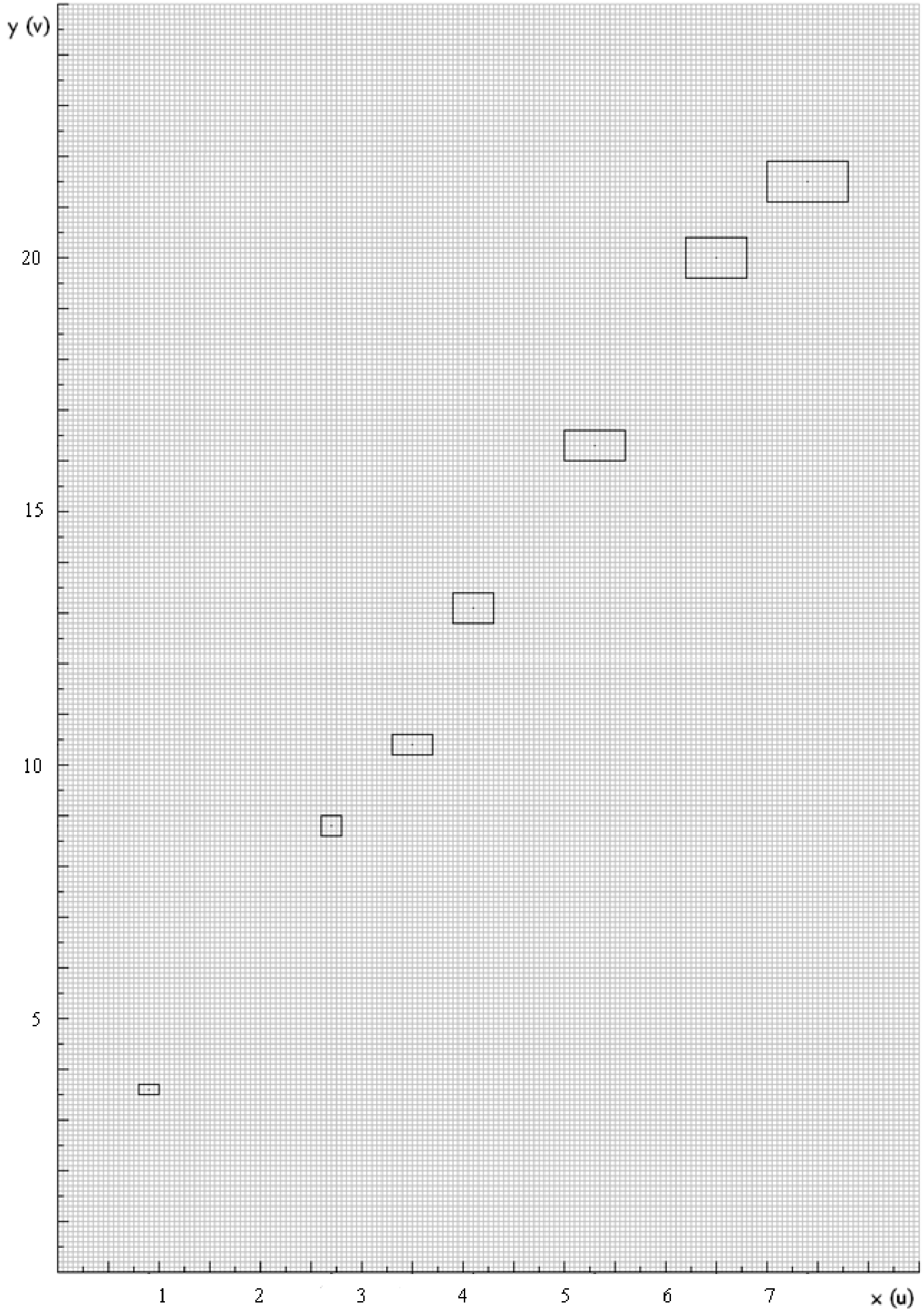
METODO GRAFICO

È bene riportare ai margini del foglio i nomi delle grandezze e l'unità di misura.

Infine vanno riportati i valori sul foglio ricordando di rappresentare l'errore.

Ad ogni dato corrisponde un rettangolino (!!!).

Si eviti di tracciare troppe righe.



METODO GRAFICO

La prima analisi si fa a “occhio”.

Si osserva come si dispongono i dati e si cerca la relazione più semplice.

Se i dati si dispongono approssimativamente lungo una retta

$$y = kx + q$$

Se “y decresce al crescere di x”

$$y = k/x$$

Se “y cresce al crescere di x”, ma i dati si dispongono lungo una curva

$$y = kx^2$$

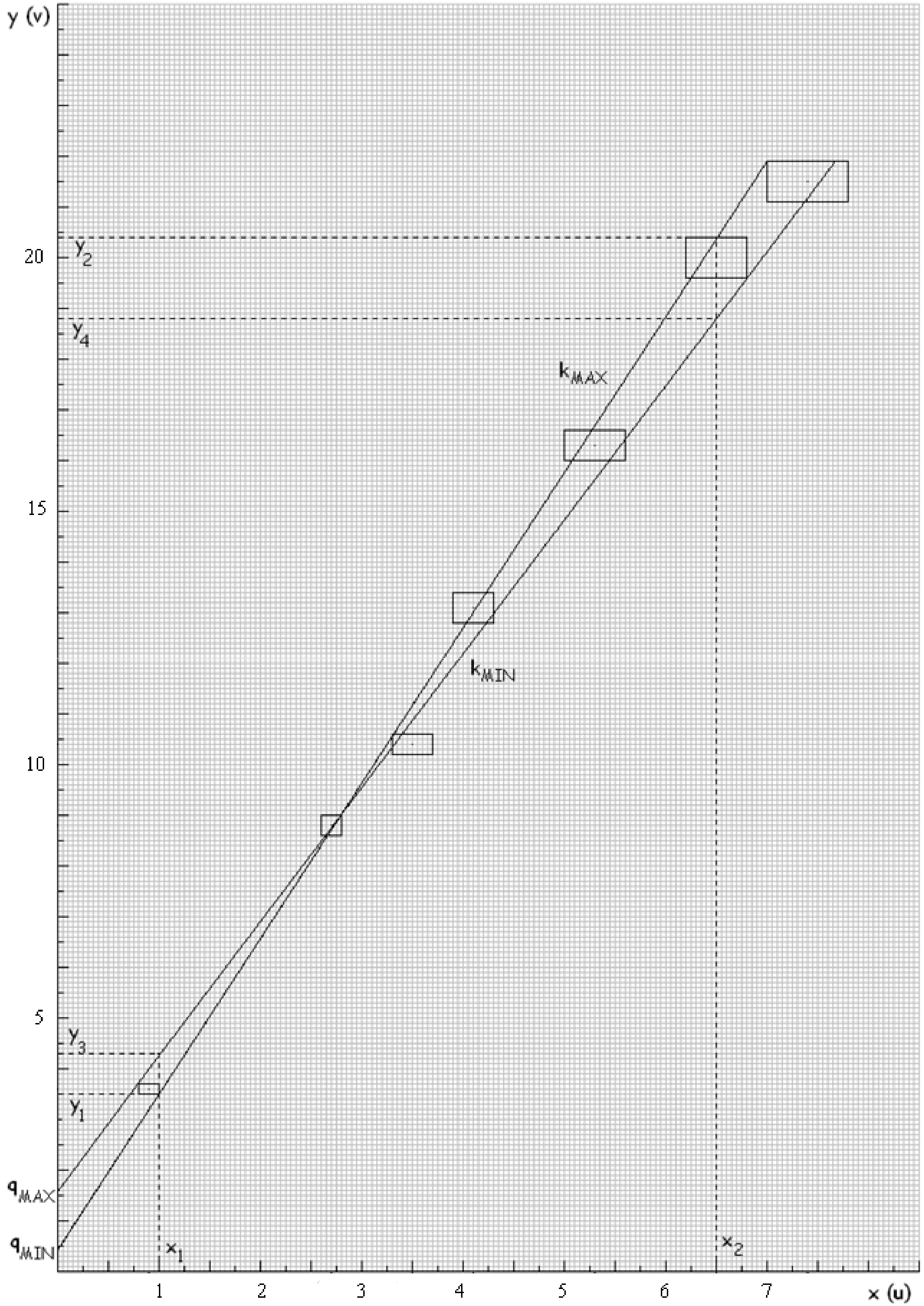
METODO GRAFICO

Con la riga si disegnano le rette che, passando attraverso tutti i rettangoli (o per la maggior parte di essi), hanno l'inclinazione massima (k_{MAX}) e quella minima (k_{MIN}).

Queste incontrano l'asse y in due punti che sono rispettivamente q_{MIN} e q_{MAX} .

$$\bar{q} = \frac{q_{MAX} + q_{MIN}}{2}$$

$$\Delta q = \frac{q_{MAX} - q_{MIN}}{2}$$



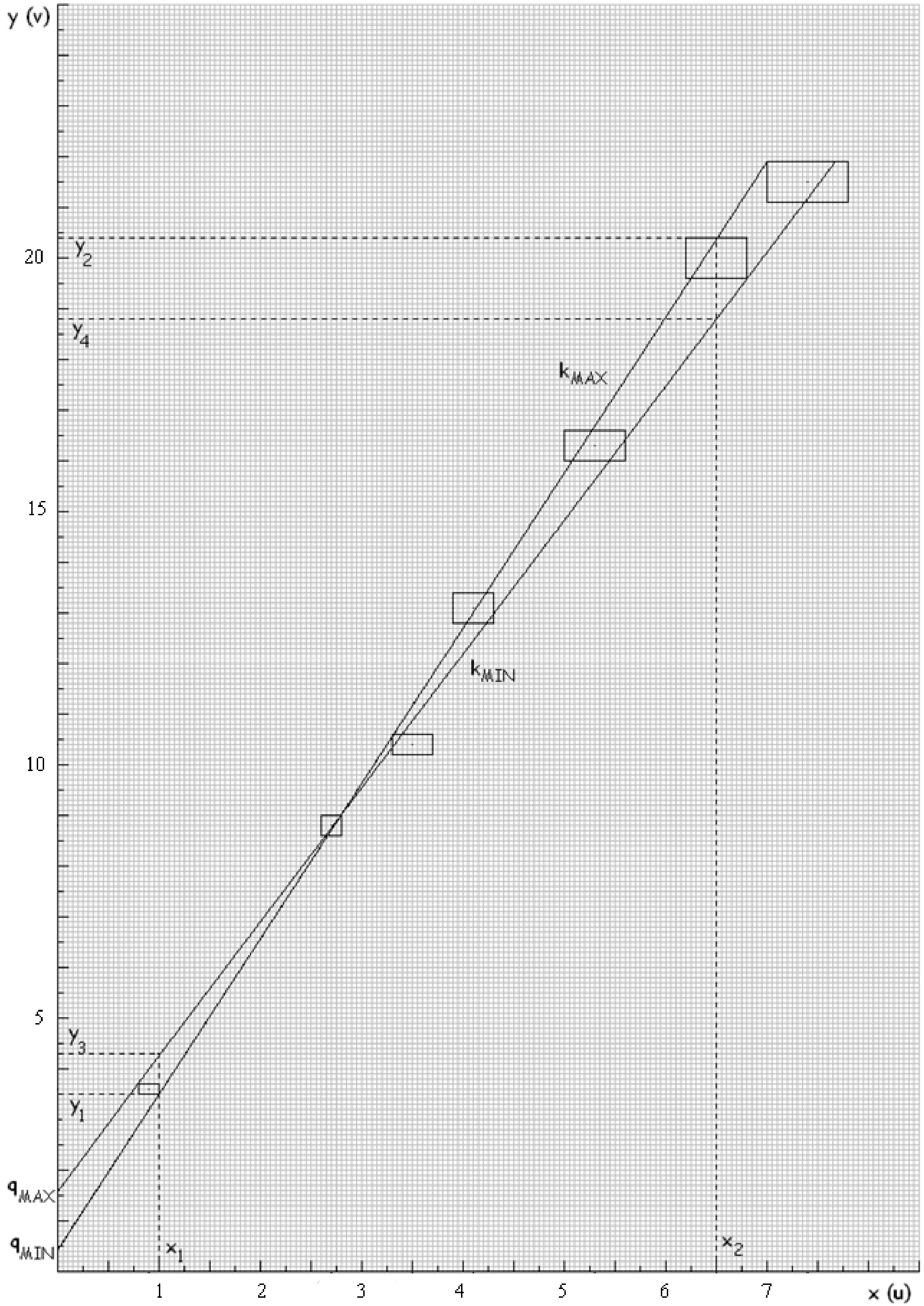
METODO GRAFICO

Per la determinazione di k scegliamo due valori di x a piacere (x_1 e x_2, possono essere anche due dei valori assegnati).
Sul grafico troviamo i corrispondenti valori di y sia sulla retta che corrisponde a k_{MAX} (y_1 e y_2) sia su quella che corrisponde a k_{MIN} (y_3 e y_4).
I valori di k_{MAX} e k_{MIN} sono:

$$k_{MAX} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad k_{MIN} = \frac{y_4 - y_3}{x_2 - x_1}$$

$$\overline{k} = \frac{k_{MAX} + k_{MIN}}{2}$$

$$\Delta k = \frac{k_{MAX} - k_{MIN}}{2}$$



METODO GRAFICO

Per la determinazione della costante di proporzionalità nei casi proporzionalità inversa o quadratica, si linearizzano i dati.

Per la proporzionalità inversa si realizza un nuovo grafico dove si pone $z = 1/x$ sull'asse delle ascisse.
Si avrà quindi una relazione $y = kz$.

$z = 1/x$	y

Per la proporzionalità quadratica si realizza un nuovo grafico dove si pone $z=x^2$ sull'asse delle ascisse.
Si avrà quindi ancora una relazione $y = kz$.

$z = x^2$	y

METODO GRAFICO

A volte una relazione del tipo

$$f(x,y) = 0$$

può essere ricondotta alla forma

$$F(y) = k \cdot G(x) + q.$$

Ponendo

$$Y = F(y) \qquad e \qquad X = G(x)$$

si ottiene la linearizzazione della funzione

$$Y = k \cdot X + q$$

e quindi la possibilità di determinare i parametri k e q.

DETARMINAZIONE DI UNA LEGGE FISICA

UTILIZZO DI UN FOGLIO ELETTRONICO

RELAZIONE DI LABORATORIO

Una relazione scientifica è in genere divisa in sezioni:

Titolo

Abstract

corto riassunto (usato principalmente nel caso di esperienze complesse)

Introduzione

scopi e retroterra dell’esperimento

Materiali e metodi

materiali usati, risorse utilizzate, apparati e metodi

Procedure

descrizione dell’esperimento

Analisi dei dati

valore delle misure, modello dei dati, interpretazione dei risultati

Discussione e conclusioni

problemi incontrati, future implicazioni dei risultati ottenuti e ricerche proposte

Riferimenti bibliografici

LA CONSEGNA

ATTIVITÀ LABORATORIALI

E1 – Coefficiente di assorbimento γ di un materiale (Pb)

E2 – Analisi dello spettro di uno scintillatore (NaI)

E3 – Effetto fotoelettrico e misura della costante di Planck

E4 – Carica specifica dell'elettrone (rapporto e/m)

METODO DI LAVORO

Lavoro di gruppo: 1 gruppo da 4 persone

LA CONSEGNA

LAVORO DA SVOLGERE

1) Acquisizione dati e stima degli errori
2) Rappresentazione grafica dei dati sperimentali (con errori)
3) Deduzione delle legge fisica e/o determinazione della grandezza da misurare.
4) Commenti e miglioramenti sull’esecuzione dell’esperimento e delle schede guida

ESAME

1) TEST a risposte multiple (1 ora l’ultima lezione)
2) COLLOQUIO su una relazione dell’attività laboratoriale